

## 4.7. Zadaci

### 4.7.1. Formalizam diferenciranja (teorija na stranama 142-146)

**340.** Znajući izvod funkcije  $x \mapsto \arcsin x$ , odrediti izvod funkcije  $x \mapsto \arccos x$ .

*Rešenje.* Polazeći od jednakosti  $\arcsin x + \arccos x = \pi/2$ , koja, prema zadatku 78, važi za svako  $x \in [-1, 1]$ , i primenom pravila za nalaženje izvoda, imamo

$$(\arcsin x)' + (\arccos x)' = 0.$$

Oдавde je

$$(\arccos x)' = -(\arcsin x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

**341.** Naći izvod funkcije  $x \mapsto \operatorname{ctg} x$ .

*Rešenje.* • **I način:** Prema pravilu o izvodu količnika,

$$(\operatorname{ctg} x)' = \left( \frac{\cos x}{\sin x} \right)' = \frac{-\sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot \cos x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

• **II način:** Prema pravilu o izvodu složene funkcije,

$$(\operatorname{ctg} x)' = \left( \frac{1}{\operatorname{tg} x} \right)' = -\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} (\operatorname{tg} x)' = -\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

**342.** Znajući izvod funkcije  $x \mapsto \operatorname{tg} x$ , naći izvod funkcije  $x \mapsto \operatorname{arctg} x$ .

*Rešenje.* Prema pravilu o izvodu inverzne funkcije, za svako  $y \in (-\pi/2, \pi/2)$  i  $x = \operatorname{tg} y \in \mathbb{R}$ , imamo

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{(\operatorname{tg} y)'} = \cos^2 y.$$

Kako je

$$\cos^2 y = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 y} = \frac{1}{1 + x^2},$$

nalazimo da je izvod funkcije  $y \mapsto \operatorname{arctg} x$  jednak  $1/(1+x^2)$ .

**343.** Znajući izvod funkcije  $x \mapsto \operatorname{arctg} x$ , odrediti izvod funkcije  $x \mapsto \operatorname{arcctg} x$ .

*Uputstvo.* Poći od jednakosti  $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \pi/2$ .

**344.** Znajući da je  $(\log x)' = 1/x$ , odrediti izvod funkcije  $x \mapsto \log_b x$ .

*Rešenje.* Iz jednakosti  $\log_b x = \frac{1}{\log b} \log x$ , primenom linearnosti, nalazimo

$$(\log_b x)' = \frac{1}{\log b} (\log x)' = \frac{1}{x \log b}.$$

**345.** Znajući da je  $(e^x)' = e^x$ , naći izvod funkcije  $x \mapsto e^{ax}$ .

*Rešenje.* Ako je  $f(u) = e^u$ ,  $u = g(x) = ax$ , tada je  $e^{ax} = f(g(x))$ . Oдавde je

$$(e^{ax})' = (e^u)'|_{u=ax} (ax)' = e^{ax} \cdot a.$$

**346.** Naći izvode funkcija  $x \mapsto \operatorname{sh} x$  i  $x \mapsto \operatorname{ch} x$ .

**Rešenje.** Kako je  $(e^x)' = e^x$ ,  $(e^{-x})' = -e^{-x}$ , primenom linearnosti dobijamo

$$(\operatorname{sh} x)' = \left( \frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)' = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \operatorname{ch} x,$$

i na isti način,

$$(\operatorname{ch} x)' = \left( \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)' = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \operatorname{sh} x.$$

**347.** Dokazati da je  $(f(ax))' = af'(ax)$ , gde je  $a$  data konstanta.

**348.** Znajući da je  $(e^x)' = e^x$ , naći izvod funkcije  $x \mapsto a^x$ .

**Rešenje.** Kako je  $a^x = e^{x \log a}$ , imamo da je  $a^x = f(\log a \cdot x)$ , gde je  $f(x) = e^x$ . Stoga je (zadatak 347):

$$(a^x)' = \log a \cdot f'(\log a \cdot x) = e^{x \log a} \log a = a^x \log a.$$

**349.** Polazeći od izvoda logaritamske i eksponencijalne funkcije, odrediti izvod funkcije  $x \mapsto x^a$ , za  $x > 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

**Rešenje.** Kako je,  $x^a = e^{a \log x}$  ( $x > 0$ ), prema pravilu o izvodu složene funkcije imamo da je

$$(x^a)' = (e^{a \log x})' = e^{a \log x} (a \log x)' = e^{a \log x} \frac{a}{x} = x^a \frac{a}{x} = ax^{a-1}.$$

**350.** Naći izvode funkcija  $x \mapsto \operatorname{th} x$  i  $x \mapsto \operatorname{cth} x$ .

**Rešenje.** Prema pravilu o izvodu količnika,

$$(\operatorname{th} x)' = \left( \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} \right)' = \frac{\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x}{\operatorname{ch}^2 x} = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}.$$

Na sličan način dobija se da je  $(\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$ .

**351.** Naći izvode funkcija: **a)**  $x^{77}$ , **b)**  $x^{3/4}$ , **c)**  $x^{-5/2}$ , **d)**  $\sqrt{x}$ ,

**e)**  $\sqrt[4]{x^5}$ , **f)**  $\sqrt[5]{x^4}$ , **g)**  $\frac{x^{3/2}}{\sqrt[3]{x^2}}$ , **h)**  $\frac{1}{\sqrt{x^3}}$ .

**Rezultat.** **a)**  $77x^{76}$ , **b)**  $\frac{3}{4}x^{-1/4}$ , **c)**  $-\frac{5}{2}x^{-7/2}$ , **d)**  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ,

**e)**  $\frac{5}{4}x^{1/4}$ , **f)**  $\frac{4}{5}x^{-1/5}$ , **g)**  $\frac{5}{6}x^{-1/6}$ , **h)**  $-\frac{3}{2}x^{-5/2}$ .

**352.** Neka je  $f: u \mapsto f(u)$  data funkcija i neka je  $g(x) = f(x+a)$ , gde je  $a$  konstanta. Dokazati da je  $g'(x) = f'(u)|_{u=x+a}$ .

**353.** Naći izvode funkcija: **a)**  $e^{x-3}$ , **b)**  $\frac{1}{x+5}$ , **c)**  $\log(x+31)$ ,

**d)**  $\sin(x+\pi/5)$ , **e)**  $\operatorname{tg}(12+x)$ , **f)**  $\operatorname{arctg}(x-1)$ , **g)**  $(x+21)^{76}$ , **h)**  $\frac{1}{(x-2)^3}$ .

**Rezultat.** **a)**  $e^{x-3}$ , **b)**  $-\frac{1}{(x+5)^2}$ , **c)**  $\frac{1}{x+31}$ , **d)**  $\cos(x+\pi/5)$ ,

**e)**  $\frac{1}{\cos^2(12+x)}$ , **f)**  $\frac{1}{1+(x-1)^2}$ , **g)**  $76(x+21)^{75}$ , **h)**  $-3(x-2)^{-4}$ .

**354.** Neka je  $u \mapsto f(u)$  data funkcija i neka je  $g(x) = f(ax + b)$ , gde su  $a$  i  $b$  konstante. Dokazati da je  $g'(x) = af'(u)|_{u=ax+b}$ .

**355.** Naći izvode funkcija:

a)  $(2x + 6)^{100}$ , b)  $\sqrt[3]{x\sqrt{2} - \pi}$ , c)  $2^{3x-2}$ , d)  $\log(8x - 7)$ .  
 e)  $\operatorname{tg}(5x + 11)$ , f)  $\operatorname{arctg}(2 - x)$ , g)  $\operatorname{sh}(2x + 8)$ , h)  $\frac{1}{4 - 3x}$ .

**Rezultat.** a)  $200(2x + 6)^{99}$ , b)  $\frac{\sqrt{2}}{3}(x\sqrt{2} - \pi)^{-2/3}$ , c)  $3 \cdot 2^{3x-2} \log 2$ ,  
 d)  $\frac{8}{8x - 7}$ , e)  $\frac{5}{\cos^2(5x + 11)}$ , f)  $-\frac{1}{1 + (2 - x)^2}$ , g)  $2\operatorname{ch}(2x + 8)$ ,  
 h)  $\frac{3}{(4 - 3x)^2}$ .

**356.** Ako je poznat izvod funkcije  $f$ , navedite dva načina kako se može naći izvod funkcije  $1/f$ .

**Rešenje.** • Kako je  $1/f(x) = (f(x))^{-1}$ , izvod možemo naći ili primenom pravila o izvodu količnika ili primenom pravila o izvodu složene funkcije.

• Primenom pravila o izvodu količnika imamo

$$\left(\frac{1}{f(x)}\right)' = \frac{(1)'f(x) - 1 \cdot f'(x)}{f^2(x)} = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}.$$

• Primenom pravila o izvodu složene funkcije nalazimo

$$\left((f(x))^{-1}\right)' = (-1) \cdot (f(x))^{-2} \cdot f'(x) = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}.$$

• Drugi način je jednostavniji i trebalo bi da se isključivo koristi. !

**357.** Naći izvode funkcija:

a)  $\sec x$ , b)  $\operatorname{cosec} x$ , c)  $\log_x a$ , d)  $\frac{1}{\operatorname{ch}(2x + 3)}$ ,  
 e)  $\frac{1}{2^x - 2^{-x}}$ , f)  $\frac{1}{\sin x - \sin a}$ , g)  $\frac{1}{e^{-2x} + 3}$ , h)  $-\frac{1}{\sqrt{5x} + \sqrt{6x}}$ .  
**Rezultat.** a)  $\frac{\operatorname{tg} x}{\cos x}$ , b)  $-\frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x}$ , c)  $-\frac{\log a}{x \log^2 x}$ , d)  $-\frac{2\operatorname{sh}(2x + 3)}{\operatorname{ch}^2(2x + 3)}$ ,  
 e)  $-\frac{(2^x + 2^{-x}) \log 2}{(2^x - 2^{-x})^2}$ , f)  $-\frac{\cos x}{(\sin x - \sin a)^2}$ , g)  $\frac{2e^{-2x}}{(e^{-2x} + 3)^2}$ ,  
 h)  $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{2(\sqrt{5x} + \sqrt{6x})^2 \sqrt{x}}$ .

**358.** Naći izvod funkcije  $x \mapsto \operatorname{arsh} x$ .

**Rešenje. I način:** Neka je  $x = \operatorname{sh} y$ . Primenom pravila o izvodu inverzne funkcije imamo da je

$$(\operatorname{arsh} x)' = \frac{1}{(\operatorname{sh} y)'} = \frac{1}{\operatorname{ch} y} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{sh}^2 y}} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}.$$

**II način:** Polazeći od eksplicitne formule  $\operatorname{arsh} x = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$ , nalazimo da je

$$(\operatorname{arsh} x)' = \frac{1}{x + \sqrt{1 + x^2}} \cdot \left(1 + \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}.$$

**359.** Naći izvode funkcija:

a)  $\operatorname{arch} x$ , b)  $\operatorname{arth} x$ , c)  $\operatorname{arcth} x$ .

**Rezultat.** a)  $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ , b)  $\frac{1}{1-x^2}$ , c)  $\frac{1}{1-x^2}$ .

**360.** Dokazati da važi generalisano pravilo o izvodu proizvoda:

!

$$(f_1(x)f_2(x)\cdots f_n(x))' = \sum_{i=1}^n f_1(x)\cdots f_i'(x)\cdots f_n(x).$$

**361.** Naći izvod funkcije  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ .

**Rešenje.** Primenom generalisanog pravila o izvodu proizvoda, imamo da je

$$\begin{aligned} & ((x-1)(x-2)(x-3))' = \\ &= (x-1)'(x-2)(x-3) + (x-1)(x-2)'(x-3) + (x-1)(x-2)(x-3)' \\ &= (x-2)(x-3) + (x-1)(x-3) + (x-1)(x-2) = 3x^2 - 12x + 11. \end{aligned}$$

**362.** Ako je  $f(x) = x(x+1)\cdots(x+n)$ , odrediti  $f'(0)$ . [ n! ]

**363.** Naći izvode funkcija:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{(2-x^2)(3-x^3)}{(1-x)^2} && \left[ \frac{3x^5-5x^4-2x^3+6x^2+6x-12}{(x-1)^3} \right] \\ \text{b)} & (1+x)\sqrt{2+x^2}\sqrt[3]{3+x^3} && \left[ \frac{3x^5+2x^4+4x^3+8x^2+3x+6}{(3+x^3)^{2/3}\sqrt{2+x^2}} \right] \\ \text{c)} & \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}} && \left[ \frac{1+2\sqrt{x+4}\sqrt{x}\sqrt{x+\sqrt{x}}}{8\sqrt{x}\sqrt{x+\sqrt{x}}\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}} \right] \\ \text{d)} & \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}} && \left[ \frac{2x^2}{1-x^6} \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}} \right] \end{aligned}$$

**364.** Naći izvode funkcija:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sin(\cos x) \cos(\sin x) && [ -\sin x \cos(\sin x) \cos(\cos x) - \cos x \sin(\sin x) \sin(\cos x) ] \\ \text{b)} & \log \frac{x^2+3x+2}{x^5+7x+9} && \left[ \frac{2x+3}{x^2+3x+2} - \frac{5x^4+7}{x^5+7x+9} \right] \\ \text{c)} & \log(\log(\log x)) && \left[ \frac{1}{x \log x \log(\log x)} \right] \\ \text{d)} & \exp(x^2+2x+3) && [ (2x+2) \exp(x^2+2x+3) ] \\ \text{e)} & 2^{\cos x^2} && [ -2^{\cos x^2+1} (\log 2) x \sin x^2 ] \\ \text{f)} & \arcsin \frac{1}{\sqrt{x}} && \left[ -\frac{1}{2x\sqrt{x-1}} \right] \\ \text{g)} & \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} && \left[ \frac{\sqrt{1-x^2}+x \arcsin x}{(1-x^2)^{3/2}} \right] \\ \text{h)} & \operatorname{arctg} \operatorname{tg}^2 x && \left[ \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x} \right] \end{aligned}$$

**365.** Naći izvod funkcije  $f(x) = \log|x|$ .

**Rešenje.** Funkcija  $f$  je definisana za svako  $x \neq 0$ . Kako je  $|x| = -x$  za  $x < 0$ , imamo da je

$$(\log|x|)' = [\log(-x)]' = \frac{1}{-x} \cdot (-1) = \frac{1}{x} \quad (x < 0).$$

Za  $x > 0$  je  $|x| = x$ , odakle sleduje

$$(\log|x|)' = (\log x)' = \frac{1}{x} \quad (x > 0).$$

!

Prema tome, za svako  $x \neq 0$ ,  $(\log|x|)' = \frac{1}{x}$ .

**366.** Ako funkcije  $f$  i  $g$  imaju konačne izvode, naći izvode sledećih funkcija:

a)  $\sqrt{f^2(x) + g^2(x)}$ ,    b)  $\operatorname{arctg} \frac{f(x)}{g(x)}$ ,    c)  $g(x) \log f(x)$ .

*Rezultat.* a)  $\frac{f'f + g'g}{\sqrt{f^2 + g^2}}$ ,    b)  $\frac{f'g - g'f}{f^2 + g^2}$ ,    c)  $g' \log f + \frac{f'g}{f}$ .

**367.** Naći izvod funkcije  $f(x) = \log(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x})$ .

*Rešenje.* Neka je  $u(x) = \cos^2 x$  i  $v(u) = \sqrt{1 + u^2}$ . Tada je

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\log(u(x) + \sqrt{1 + u^2(x)}))' = \frac{1}{u + v} \left( u' + \frac{uu'}{\sqrt{1 + u^2}} \right) \\ &= \frac{1}{u + v} \cdot \frac{u'(u + v)}{\sqrt{1 + u^2}} = \frac{u'}{\sqrt{1 + u^2}} = -\frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^4 x}}. \end{aligned}$$

**368.** Naći izvode funkcija:

a)  $\frac{e^{-x^2} \arcsin e^{-x^2}}{\sqrt{1 - e^{-2x^2}}} + \frac{1}{2} \log(1 - e^{-2x^2})$  [  $-\frac{2xe^{-x^2} \arcsin e^{-x^2}}{(1 - e^{-2x^2})^{3/2}}$  ]  
 b)  $\frac{a^x}{1 + a^{2x}} - \frac{1 - a^{2x}}{1 + a^{2x}} \operatorname{arctg} a^{-x}$  [  $4 \log a \frac{a^{2x} \operatorname{arctg} a^{-x}}{(1 + a^{2x})^2}$  ]

**369.** Dokazati da je izvod parne funkcije neparna funkcija i obrnuto.

*Uputstvo.* Diferencirati levu i desnu stranu jednakosti  $f(x) = f(-x)$ .

**370.** Naći izvode funkcija:

a)  $x^x$ ,    b)  $x^{1/x}$ ,    c)  $x^{x^x}$ .

*Rezultat.* a)  $x^x(\log x + 1)$ , b)  $x^{1/x-2}(1 - \log x)$ , c)  $x^{x^x+x} \left( \log^2 x + \log x + \frac{1}{x} \right)$ .

**371.** Naći izvode funkcija:

a)  $y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x}$ , b)  $y = \frac{(\log x)^x}{x^{\log x}}$ , c)  $y = \left( \frac{\arcsin(\sin^2 x)}{\arccos(\cos^2 x)} \right)^{\operatorname{arctg}^2 x}$ .

*Rešenje.* • a) Izvod prvog sabirka je:

$$\begin{aligned} ((\sin x)^{\cos x})' &= (e^{\cos x \log \sin x})' = e^{\cos x \log \sin x} (\cos x \log \sin x)' \\ &= (\sin x)^{\cos x} \left( -\sin x \log \sin x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} \right). \end{aligned}$$

Na isti način nalazimo izvod drugog člana:

$$\begin{aligned} ((\cos x)^{\sin x})' &= (e^{\sin x \log \cos x})' = e^{\sin x \log \cos x} (\sin x \log \cos x)' \\ &= (\cos x)^{\sin x} \left( \cos x \log \cos x - \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right). \end{aligned}$$

• b) Kako je

$$\log y = x \log \log x - (\log x)^2,$$

diferenciranjem leve i desne strane ove jednakosti, dobijamo

$$\frac{y'}{y} = \log \log x + x \frac{1/x}{\log x} - 2(\log x) \frac{1}{x} = \log \log x + \frac{1}{\log x} - 2 \frac{\log x}{x},$$

odakle je

$$y' = \frac{(\log x)^x}{x^{\log x}} \left( \log \log x + \frac{1}{\log x} - 2 \frac{\log x}{x} \right).$$

• c) Kao i u slučaju b), polazimo od

$$\log y = \operatorname{arctg}^2 x (\log \arcsin \sin^2 x - \log \arccos \cos^2 x).$$

Diferenciranjem obe strane nalazimo:

$$y' = y(A + B),$$

gde je

$$A = 2 \operatorname{arctg} x \cdot \frac{1}{1+x^2} (\log \arcsin \sin^2 x - \log \arccos \cos^2 x),$$

$$B = \operatorname{arctg}^2 x \left( \frac{1}{\arcsin \sin^2 x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\sin^4 x}} \cdot 2 \sin x \cos x - \frac{1}{\arccos \cos^2 x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\cos^4 x}} \cdot 2 \sin x \cos x \right).$$

#### 4.7.2. Veza između neprekidnosti i diferencijabilnosti. Levi i desni izvodi (teorija na stranama 138-142)

**372.** Koja od sledećih tvrđenja su tačna: **a)** Svaka neprekidna funkcija je diferencijabilna; **b)** Svaka diferencijabilna funkcija je neprekidna; **c)** Svaka diferencijabilna funkcija ima konačan izvod; **d)** Postoje diferencijabilne funkcije koje nemaju izvod; **e)** Postoje neprekidne funkcije sa beskonačnim izvodima u pojedinim tačkama.

**373.** Navesti primer jedne neprekidne funkcije koja nema (ni konačan ni beskonačan) izvod u tački  $x = 0$ .

**374.** Konstruisati neprekidnu funkciju, definisanu u svakoj tački  $x \in \mathbb{R}$ , koja nema izvod u tačkama 1, 2, 3.

*Rešenje.* Na primer, funkcija

$$f(x) = |x-1| + |x-2| + |x-3|$$

je neprekidna u svakoj tački  $x \in \mathbb{R}$ , ali nema izvod u tačkama  $x = 1, 2, 3$ .

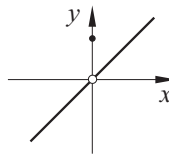
**375.** Navesti primer funkcije koja je neprekidna u datoj tački  $a$ , ali u toj tački ima beskonačan izvod.

*Rešenje.* Funkcija  $f(x) = \sqrt[3]{x-a}$  zadovoljava postavljene uslove. Ova funkcija je neprekidna u tački  $a$ ; po definiciji izvoda imamo da je

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{h}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^{2/3}} = +\infty.$$

376. Neka je

$$f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$



Slika 28.

Da li je za ovu funkciju levi izvod u nuli jednak desnom izvodu? Koliko iznose ovi izvodi?

$$[ f'_-(0) = +\infty, f'_+(0) = -\infty . ]$$

377. Skicirati funkciju  $f(x) = x - [x]$ , a zatim naći njen levi i desni izvod u tački  $x = 0$ .

378. Neka je

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ e^x - 1, & x > 0 \end{cases}$$

Da li data funkcija ima izvod u  $x = 0$ ?

**Rešenje.** • Levi i desni izvod funkcije  $f$  možemo da odredimo na dva načina.

• **I način:** Kako se analitički izrazi kojima je zadata funkcija razlikuju sa leve i desne strane nule, izvode tražimo po definiciji:

$$f'_- = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0) - f(-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{0 - (-h)}{h} = 1.$$

$$f'_+ = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{(e^h - 1) - 0}{h} = 1,$$

gde je poslednja granična vrednost nađena u zadatku 299.

• **II način:** Primitimo da je funkcija neprekidna u tački  $x = 0$ , jer je  $x = e^x - 1$  za  $x = 0$ . Stoga je levi izvod date funkcije u tački  $x = 0$  jednak izvodu funkcije  $u(x) = x$ , dok je desni izvod date funkcije u nuli jednak izvodu funkcije  $v(x) = e^x - 1$  u istoj tački. Odavde je  $f'_-(0) = f'_+(0) = 1$ .

• Kako su levi i desni izvod jednaki, funkcija  $f$  ima izvod  $f'(0) = 1$ .

379. Neka su funkcije  $x \mapsto u(x)$  i  $x \mapsto v(x)$  definisane u nekoj okolini tačke  $x_0$ , neprekidne u  $x_0$  i imaju konačne izvode u  $x_0$ . Neka je

$$f(x) = \begin{cases} u(x), & x \leq x_0 \\ v(x), & x > x_0 \end{cases}$$

Pod kojim uslovima funkcija  $f$  ima izvod u  $x_0$ ?

**Rezultat.** Funkcija  $f$  ima izvod u  $x_0$  ako i samo ako je  $u(x_0) = v(x_0)$  i  $u'(x_0) = v'(x_0)$ .

380. Da li se realni brojevi  $a$  i  $b$  mogu odrediti tako da funkcija  $f$ , definisana sa

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & (x \leq 1) \\ 3 - bx^2, & (x > 1) \end{cases}$$

bude neprekidna u tački  $x = 1$  i da ima konačan izvod u toj tački?